钢筋混凝土矩形梁抗弯设计

从受力图到离散配筋，再回到平衡

《我所理解的桥梁工程》配套案例

先问一句：已知设计弯矩为 115 kN·m，我们为什么先求等效矩形受压区深度 x，而不是直接求钢筋面积 A_s？

这道题不从“第几步用哪个公式”开始。先看截面里谁在受压、谁在受拉，以及这两股力怎样形成抵抗外弯矩的内力偶。看清之后，公式只是把这张图写成等式。

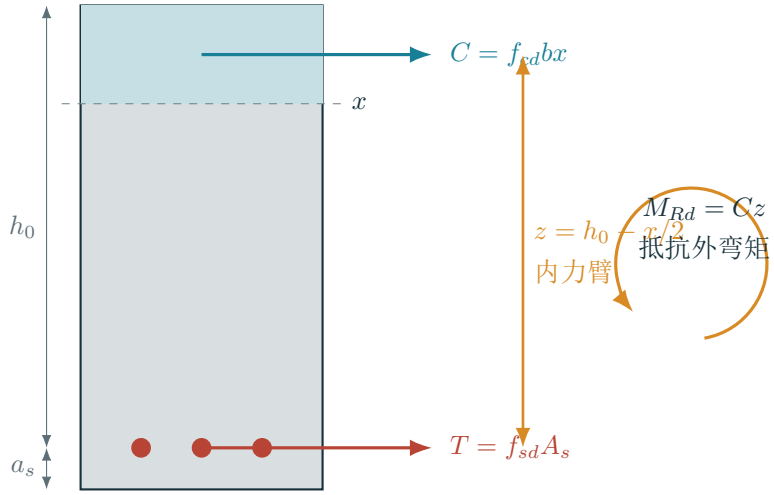
一、已知条件与教学模型

量	数值	这一个量在回答什么
截面 $b \times h$	250×500 mm	梁有多宽、多高
受拉钢筋重心距边缘 a_s	40 mm	钢筋真正放在什么高度
有效高度 $h_0 = h - a_s$	460 mm	压力与拉力之间可利用的高度
设计弯矩 M_{Ed}	115 kN·m	截面需要抵抗的外弯矩
混凝土设计强度 f_{cd}	13.8 MPa	等效压应力块的强度
钢筋设计强度 f_{sd}	330 MPa	本教学模型采用的钢筋拉应力
相对界限深度 ξ_b	0.53	当前延性单筋模型的边界

这里的 x 是**教学模型中的等效矩形压应力块深度**，不是把混凝土真实非线性应力分布原样搬过来。a_s 也不是保护层；若保护层至箍筋外缘为 c，单层主筋可近似写成

$$a_s = c + \phi_{\mathrm{st}} + \frac{\phi_l}{2}.$$

二、先把截面里的两股力画出来



混凝土压力 C 与钢筋拉力 T 必须平衡；两股力相距 z，才形成抵抗弯矩的内力偶。由此得到两条关系：

$$f_{cd}bx = f_{sd}A_s, \qquad M_{Ed} = f_{cd}bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right).$$

第二条式子只有一个未知量 x，所以先用它。不是因为课本规定“第一步求 x”，而是因为它是眼前最容易先解开的关系。

三、先求需要多少，再选买得到的钢筋

单位先统一：$115\,\mathrm{kN\cdot m} = 115 \times 10^6\,\mathrm{N\cdot mm}$。令

$$K = \frac{M_{Ed}}{f_{cd}bh_0^2}, \qquad \xi_{\mathrm{req}} = 1 - \sqrt{1 - 2K},$$

可得

$$x_{\mathrm{req}} = \xi_{\mathrm{req}}h_0 \approx 79.30\,\mathrm{mm}, \qquad A_{s,\mathrm{req}} = \frac{f_{cd}bx_{\mathrm{req}}}{f_{sd}} \approx 829.0\,\mathrm{mm}^2.$$

$829.0\,\mathrm{mm}^2$ 是连续的计算需求，工地上却要选离散的根数和直径。选 3Φ20：

$$A_{s,\mathrm{prov}} = 3 \times \frac{\pi 20^2}{4} = 942.48\,\mathrm{mm}^2.$$

> 钢筋从“需要的 829.0”换成“实际的 942.48”以后，x 还能继续沿用 $79.30\,\mathrm{mm}$ 吗？不能。拉力已经改变，截面必须重新达到平衡。

四、用实际钢筋重新平衡

$$x_{\mathrm{prov}} = \frac{f_{sd}A_{s,\mathrm{prov}}}{f_{cd}b} \approx 90.15\,\mathrm{mm},$$

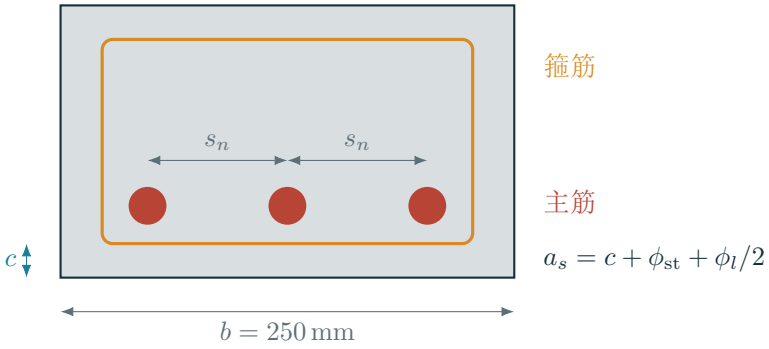
$$M_{Rd} = f_{cd}bx_{\mathrm{prov}}\left(h_0 - \frac{x_{\mathrm{prov}}}{2}\right) \approx 129.05\,\mathrm{kN\cdot m}.$$

所以在这套教学参数与假定下，

$$M_{Rd} > M_{Ed}, \qquad \frac{M_{Rd}}{M_{Ed}} \approx 1.122.$$

这里的 1.122 称为所选离散钢筋带来的**承载力余量**或利用率的倒数，不再额外叫“安全系数”。设计值体系里的可靠度，已经不是靠这一个比值单独表达。

五、钢筋还要放得进去



保护层、箍筋、主筋直径与净距必须分开记。三根主筋均匀布置时，净距要按同一套几何口径重算，不能把竖向的 a_s 直接当成横向边距。

这页没有完成一根真实梁的全部设计。它只演示矩形截面单筋抗弯教学模型。正式使用前要确认项目采用的现行规范、材料设计值、荷载组合与构造口径，并补做抗剪、裂缝、挠度、锚固、耐久性等检查。若 $\xi_{\mathrm{req}} > \xi_b$ 或实际配筋导致 $\xi_{\mathrm{prov}} > \xi_b$，应判定当前模型不适用，不能简单把 x 截到界限值就宣布设计完成。

最后带走的一件事

从连续的需求换成离散的现实方案以后，所有依赖它的中间量都要回到基本关系重新平衡。换钢筋如此，换螺栓、换标准板厚、换设备型号，也一样。